(خ) جد مساحة المنطقة الواقعة داخل $r = 3\cos(\theta)$ وخارج المنحني $r = 1 + \cos(\theta)$. ج : π

(د) جد مساحة المنطقة المشتركة بين

(١) $r = 4\cos(\theta)$ ، $r = 4\sin(\theta)$. ج : $2\pi - 4$

(٢) $r = 2(1 + \sin(\theta))$ ، $r = 2(1 - \sin(\theta))$. ج : $6\pi - 16$

(٣) $r = 2\cos^2(\frac{\theta}{2})$ ، $r = 3\cos(\theta)$. ج : $\frac{5}{4}\ \pi$

(٤) $r = 4\sin(\theta)$ ، $r = 2$. ج : $2\left(\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}\right)$

(ذ) جد مساحة المنطقة المشتركة الواقعة في الربع الاول والرابع للّمنحنيين

$r = 2(1 + \cos(\theta))$ ، $r = 2(1 - \sin(\theta))$. ج : $3\pi - 4\sqrt{2} + 3$

(ر)

(١) جد مساحة المنطقة الواقعة داخل $r = 5\cos(\theta)$ وخارج $r = 2 + \cos(\theta)$.

ج : $\frac{8}{3}\pi + \sqrt{3}$

(٢) جد مساحة المنطقة الواقعة خارج $r = 5\cos(\theta)$ وداخل $r = 2 + \cos(\theta)$.

ج : $\frac{11}{12}\pi + \sqrt{3}$

(٣) جد مساحة المنطقة المشتركة بين $r = 5\cos(\theta)$ ، $r = 2 + \cos(\theta)$. ج : $\frac{43}{12}\pi - \sqrt{3}$

(ز)

(١) جد مساحة المنطقة الواقعة داخل $r = 3\sin(\theta)$ وخارج $r = 1 + \sin(\theta)$. ج : π

(٢) جد مساحة المنطقة الواقعة خارج $r = 3\sin(\theta)$ وداخل $r = 1 + \sin(\theta)$. ج : $\frac{\pi}{4}$

(٣) جد مساحة المنطقة المشتركة بين $r = 3\sin(\theta)$ ، $r = 1 + \sin(\theta)$. ج : $\frac{5}{4}\pi$

١١ - جد اطوال اقواس المنحنيات القطبية التالية من $\theta = \theta_1$ الى $\theta = \theta_2$.

(أ) $r = \frac{2}{1 + \cos(\theta)}$ ، من $\theta = 0$ الى $\theta = \frac{\pi}{2}$. ج : $\sqrt{2} + \ln(\sqrt{2} + 1)$

(ب) $r\theta = 1$ ، من $\theta = 0$ الى $\theta = \frac{\pi}{2}$. ج :

(ت) $r = \theta\sin(\theta)$ ، من $\theta = \frac{1}{2}$ الى $\theta = 1$. ج :

(ث) النصف العلوي من المنحني $r = a(1 + \cos(\theta))$. ج : $4a$

(ج) $r = \cos^3(\frac{\theta}{3})$ ، من $\theta = 0$ الى $\theta = \frac{\pi}{4}$. ج : $\frac{\pi}{8} - \frac{3}{8}$

(ح) $r = \sqrt{1 + \sin(2\theta)}$ ، من $\theta = 0$ الى $\theta = \sqrt{2}\,\pi$. ج : 2π

(خ) $r = \sin^4(\frac{\theta}{4})$ ، من $\theta = 0$ الى $\theta = \pi$. ج : $-\frac{5}{3}\sqrt{2} + \frac{8}{3}$

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

١٢ - جد مساحة السطح الناتج من دوران قوس من كل منحني من المنحنيات القطبية التالية من $\theta = \theta_1$ الى $\theta = \theta_2$ حول المحور المبين في كل منها.

(ا) النصف العلوي من المنحني $r = a(1 + \cos(\theta))$: المحور x . ج : $\frac{32}{5}a^2\pi$

(ب) $r = a\sqrt{\cos(2\theta)}$ ، من $\theta = 0$ الى $\theta = \frac{\pi}{4}$: المحور x . ج : $2\pi a^2(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$

(ت) $r = 2a\cos(\theta)$ ، $a > 0$: المحور y . ج : $2a^2\pi$

١٣ - جد حجم الجسم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحني $r = f(\theta)$ والشعاعين $\theta = \theta_1$ ، $\theta = \theta_2$ حول المحور القطبي.

(ا) $r = 2\cos(\theta)$ ، الشعاعين $\theta = 0$ ، $\theta = \frac{\pi}{2}$. ج : $\frac{4}{3}\pi$

(ب) $r = 2\sin(\theta)$ ، الشعاعين $\theta = 0$ ، $\theta = \pi$. ج : $2\pi^2$

(ت) $r = \cos^2(\theta)$ ، الشعاعين $\theta = 0$ ، $\theta = \pi$. ج : $\frac{4}{21}\pi$

(ث)

(ج) $r = 1 + \sin(\theta)$ ، الشعاعين $\theta = 0$ ، $\theta = \frac{\pi}{2}$. ج : $\frac{2}{3}\pi(\frac{15}{16}\pi + 3)$

١٤ - اختبر تقارب المتتابعات التالية.

(ا) $\sqrt[n]{n}$ ج : متقاربة (ب) $\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$ ج : متقاربة (ت) $\frac{2^n}{n}$ ج : متباعدة

(ث) $\frac{\ln(n)}{n}$ ج : متقاربة (ج) $\frac{\cos(n)}{n}$ ج : متقاربة (ح) $n\tan^{-1}(\frac{1}{n})$ ج : متقاربة

(خ) $\frac{1}{n}\int_1^n \frac{1}{x}\,dx$ ج : متقاربة (د) $\frac{3^n - 1}{3^n}$ ج : متقاربة (ذ) $\frac{\sin^2(n)}{2^n}$ ج : متقاربة

(ر) $\frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$ ج : متقاربة (ز) $n(1 - \cos(\frac{1}{n}))$ ج : متقاربة

١٥ - اختبر تقارب او تباعد المتسلسلات التالية.

(ا) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$ ج : متباعدة (ب) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln(n))^n}{n^n}$ ج : متقاربة

(ت) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{2^{n-1}n^2}$ ج : متقاربة (ث) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1}$ ج : متباعدة

(ج) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$ ج : متقاربة (ح) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n^2}$ ج : متقاربة

(خ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$ ج : متباعدة (د) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n(n!)^2}{(2n)!}$ ج : متباعدة

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

(ذ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+5}{3^n}$ ج : متقاربة (ر) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ ج : متقاربة

(ز) $\sum_{n=1}^{\infty} n\tan(\frac{1}{n})$ ج : متباعدة (س) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}$ ج : متباعدة

(ش) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2}\left(\frac{1}{3+\sin(x)}\right)^n$ ج : متقاربة (ص) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ ج : متباعدة

(ض) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(4n-3)(4n+1)}$ ج : متقاربة

١٦- جد قيم x التي تجعل المتسلسلات التالية متقاربة:

(أ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x+2)^n}{n2^n}$ ج : $-4 < x \leqslant 0$ (ب) $\sum_{n=0}^{\infty} (\ln(x))^n$ ج : $e^{-1} < x < e^1$

(ت) $\sum_{n=0}^{\infty} \sin^n(x)$ ج : $\mathbb{R}/\{\mp(2n+1)\frac{\pi}{2}\}$ (ث) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n x^n$ ج : $-1 < x < 1$

(ج) $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln(n))x^n$ ج : $-1 < x < 1$ (ح) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+1)^{n+1}}{2n+2}$ ج : $-\frac{2}{3} \leqslant x < 0$

(خ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(x-3)^n}{n3^n}$ ج : $0 < x \leqslant 6$

١٧- جد مفكوك متسلسلة ماكلورين للدوال التالية ثم جد فترة تقارب المتسلسلات الناتجة.

(أ) $f(x) = \cos(x)$ ج : $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ ، المتسلسلة متقاربة لجميع قيم x .

(ب) $f(x) = \cos^2(x)$ ج : $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n-1} x^{2n}}{(2n)!}$ ، المتسلسلة متقاربة لجميع قيم x .

(ت) $f(x) = (1+x)^p$ ج : $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)\cdots(p-(n-1))}{n!} x^n$ ، المتسلسلة متقاربة عندما $-1 < x < 1$.

(ث) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ج : $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ ، المتسلسلة متقاربة عندما $-1 < x < 1$.

(ج) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ج : $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ ، المتسلسلة متقاربة لجميع قيم x .

(ح) $f(x) = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2}$ ج : $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$ ، المتسلسلة متقاربة لجميع قيم x .

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

(خ) $f(x) = \ln\left(\frac{1+2x}{1-2x}\right)$ ج : $2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2x)^{2n+1}}{2n+1}$ ، المتسلسلة متقاربة عندما $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

(د) $f(x) = \tan^{-1}(x)$ ج : $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$ ، المتسلسلة متقاربة عندما $-1 \leqslant x \leqslant 1$.

١٨ - جد مفكوك متسلسلة تايلر للدوال التالية حول النقطة $x = a$ ثم جد فترة تقارب المتسلسلات الناتجة.

(ا) $a = 1\ ,\ f(x) = 2^x$ ج : $2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\ln(2))^n}{n!}(x-1)^n$ ، المتسلسلة متقاربة لجميع قيم x .

(ب) $a = 5\ ,\ f(x) = \ln(x)$ ج : $\ln(5) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n5^n}(x-5)^n$ ، المتسلسلة متقاربة عندما $0 < x \leqslant 10$.

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional