مقرر ١٠٤

المصادر:

① حسبان التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية
توماس / الجزء الثاني

② سلسلة شوم.

المتطلبات:

① المقطوع المخروطية (Conics).
② حساب المساحة بالتكامل.
③ حساب الحجم بالتكامل.
④ حساب طول القوس.
⑤ حساب مساحة السطح الدوران.
⑥ الاحداثيات القطبية واستخدامها لايجاد المساحة.
⑦ المتتابعات والمتسلسلات Sequance and series.
⑧ متسلسلات القوى.

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

القطوع المخروطية Conics

① القطع المكافئ: هو مجموعة جميع النقاط في المستوى والتي يكون بعدها عن نقطة ثابتة تسمى البؤرة (focus) وبعدها عن مستقيم ثابت يسمى الدليل (directrix) ولغرض اشتقاق معادلة القطع المكافئ نذكر بالتعاريف الآتية:-

تعريف ① المسافة بين نقطتين: تعرف المسافة بين النقطتين (x_1,y_1) و (x_2,y_2) حسب القانون الآتي:-

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

تعريف ② المسافة بين نقطة ومستقيم: تعرف المسافة بين النقطة (x_1,y_1) و المستقيم $ax+by+c=0$ حسب القانون الآتي:-

$$=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

تعريف ③ منصف المسافة: تعرف نقطة المنتصف بين النقطتين (x_1,y_1) و (x_2,y_2) كالآتي $\left(\frac{x_2+x_1}{2},\frac{y_2+y_1}{2}\right)$.

ولحساب معادلة القطع المكافئ نستخدم التعريف في الحالات الآتية:-

① اذا كانت البؤرة (focus) تقع على المحور Y وليكن $(0,c)$ والدليل $y=-c$ وليكن $P(x,y)$ أية نقطة على القطع المكافئ لذا وحسب التعريف اي ان المسافة بين P والبؤرة يساوي المسافة بين P والدليل $(y+c=0)$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2}=\frac{|(0)x+(1)y+c|}{\sqrt{0^2+1^2}}=|y+c|$$

وبتربيع طرفي المعادلة نحصل على

$$x^2+y^2-2cy+c^2=y^2+2cy+c^2$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2=4cy} \quad ; c>0 \quad \text{---------} (1)$$

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

المعادلة ① هي معادلة قطع مكافئ رأسه في نقطة الأصل وايتاه منطبقة على الأعلى ومتناظرة حول المحور y $(x=0)$ حيث ان المحور هو المستقيم الذي يمر ببؤرة ويعامد الدليل.

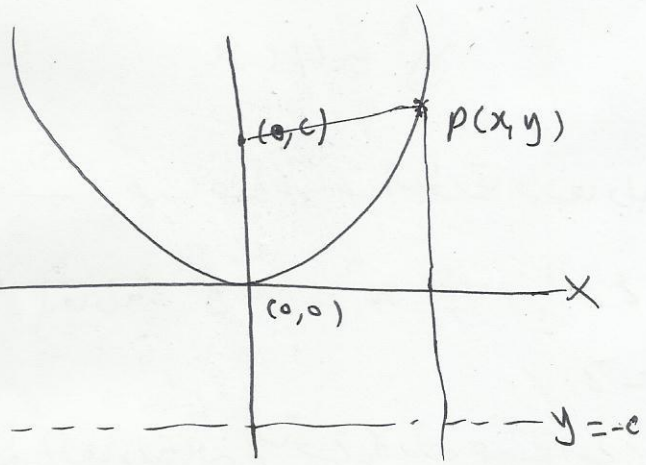
* اذا كانت c موجبة فإنه y لا يمكن ان تكون سالبة لذا أجل يتم حقيقية وعليه يكون المنحنى فوق المحور x وبؤرته $(0,c)$.

② اذا كانت البؤرة تقع على الجزء السالب من المحور y ولتكن $(0,-c)$ والدليل فإنه معادلة القطع ستكون بالشكل الآتي:-

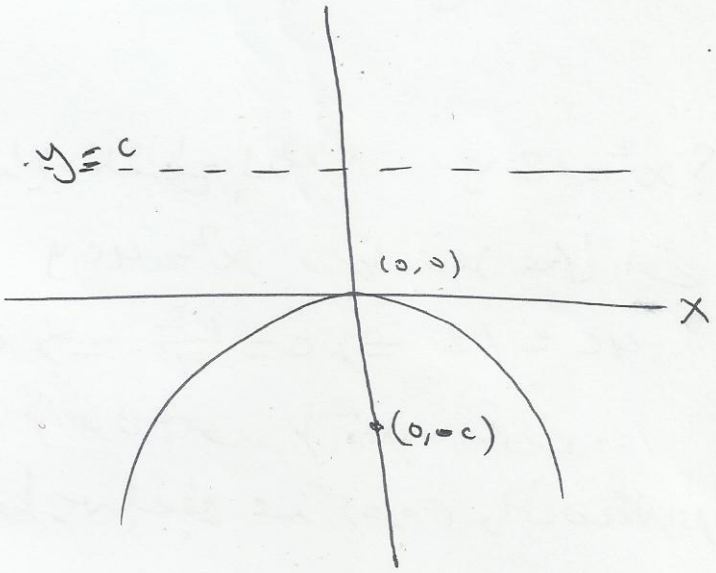
$$x^2 = -4cy \quad \text{---} ②$$

والمعادلة ② هي معادلة قطع مكافئ رأسه في نقطة الأصل وايتاه منطبقة على الأعلى متناظرة حول المحور y وبؤرته $(0,-c)$ ودليله $y=c$.

* اذا كانت $c>0$ (سالبة) فإنه y لا يمكن ان تكون موجبة من أجل يتم حقيقية وعليه يكون المنحنى تحت المحور x.



$$x^2 = 4cy$$



$$x^2 = -4cy$$

③ اذا كانت البؤرة تقع على الجزء الموجب من المحور x ولتكن $(c,0)$ والدليل $x=-c$ فإنه معادلة القطع المكافئ ستكون بالشكل الآتي:-

$$y^2 = 4cx \quad \text{---} ③ \qquad c>0$$

هي معادلة قطع مكافئ متناظر حول المحور x رأسه في نقطة الأصل وايتاه

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional