تمارين في المقرر ر ١٠٢

ا. د. حسام لوتي سعد

جامعة البصـــرة ،كلية العلـــوم
قسم الرياضيات

١ـ ناقش وارسم القطوع المخروطية التالية.

(ا) $9y^2+25x^2+18y-100x-116=0$.

(ب) $2x^2+2y^2-28x+12y+114=0$.

(ت) $9x^2+6y^2+36y=0$.

(ث) $y^2-4x^2+16x=24$.

(ج) $9x^2+16y^2-18x+64y-71=0$.

(ح) $y^2-x^2-4y+8x-21=0$.

٢ـ جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيات والمستقيمات التالية.

(ا) $y=4-x^2$ ، $y=-x+2$ ، $x=-2$ ، $x=3$. ج : 10

(ب) $y=2-x^2$ ، $y=-x$. ج : $\frac{9}{2}$

(ت) $y=-x^2-2x$ ، $y=x^2-4$ ، $x=-3$ ، $x=1$. ج : $\frac{38}{3}$

(ث) $y=x$ ، $y=\frac{1}{x^2}$ ، $x=2$ ، المحور x . ج : 1

(ج) $y=|\sin(x)|$ ، $y=1$ ، $x=-\frac{\pi}{2}$ ، $x=\frac{\pi}{2}$. ج : $\pi-2$

(ح) $y=x^2-2$ ، $y=6-x^2$. ج : $\frac{64}{3}$

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

(خ) $y^2-6y+2x+5=0$ ، $x=0$. ج : $\frac{25}{3}$

(د) $y=x^2-4x+2$ ، $x+y-6=0$. ج : $\frac{125}{6}$

(ذ) $y^2=x+1$ ، $y^2=7-x$. ج : $\frac{64}{3}$

(ر) $x=4y-y^2$ ، $x+y=4$. ج : $\frac{9}{2}$

(ز) $x=-y^2+2y+2$ ، $x=y^2-2y+2$. ج : $\frac{8}{3}$

(س)

(ش) $y=|x^2-4|$ ، $y=\frac{x^2}{2}+4$. ج : $\frac{64}{3}$

(ص) $y=-x^2+4x$ ، $y=x^2$. ج : $\frac{8}{3}$

٣ـ جد مساحة الجزء المشترك بين الدائرتين $x^2+y^2=9$ ، $x^2+y^2=6x$. ج : $6\pi-\frac{9}{2}\sqrt{3}$

٤ـ جد مساحة الجزء المشترك بين الدائرتين $x^2+y^2=4$ ، $x^2+y^2=4y$. ج : $\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}$

٥ـ جد حجم الجسم المتولد من دوران المساحة المحددة بالمنحنيات والمستقيمات التالية حول المحور المبين في كل منها.

(ا) $y=\sqrt{x}$ ، $x=4$ ، المحور x : حول المحور x . ج : 8π

(ب) $y=\sqrt{x}$ ، $x=4$ ، $y=1$: حول المستقيم $y=1$. ج : $\frac{9}{2}\pi$

(ت) $x=\frac{2}{y}$ ، $y=1$ ، $y=4$ ، $x=0$: حول المحور y . ج : 3π

(ث) $x=y^2+1$ ، $x=3$: حول المستقيم $x=3$. ج : $\frac{64}{15}\sqrt{2}\ \pi$

(ج) $y=x^2+1$ ، $y=-x+3$: حول المحور x . ج : $\frac{117}{5}\pi$

(ح) $y=\sqrt{9-x^2}$ ، $y=0$: حول المحور x . ج : 36π

(خ) $x=\frac{1}{2}\sqrt{y}$ ، $x=1$ ، $y=0$: حول المستقيم $x=1$. ج : $\frac{2}{3}\pi$

(د) $y=\sqrt{x}$ ، $x=0$ ، $y=2$: حول المستقيم $x=4$. ج : $\frac{224}{15}\pi$

(ذ) $x=y^2+1$ ، $x=3$: حول المستقيم $x=4$. ج : $\frac{48}{5}\sqrt{2}\pi$

(ر) $y=x^2$ ، $y=4x-x^2$: حول المستقيم (١) $y=-1$ (٢) $x=3$.

ج : (١) 16π (٢) $\frac{32}{3}\pi$

(ز) $y=x^2+1$ ، $y=-x+3$: حول المستقيم $y=-1$. ج : $\frac{162}{5}\pi$

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

٦- جد اطوال اقواس المنحنيات التالية.

(ا) $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}\ln(x)$ ، من $x=1$ الى $x=2$. ج : $\frac{1}{2}(\frac{3}{2}+\ln(2))$

(ب) $y=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ ، من $x=0$ الى $x=2$. ج : $\frac{1}{2}(e^2-e^{-2})$

(ت) $y=\sqrt{36-x^2}$ ، من $x=0$ الى $x=3$. ج : π

(ث) $x=\ln(\frac{y^2-1}{2})$ ، من $y=2$ الى $y=5$. ج : $3+\ln(2)$

(ج) $x=\ln(\frac{e^y+1}{e^y-1})$ ، من $y=a$ الى $y=b$. ج : $\ln\left(\left|\frac{e^b-e^{-b}}{e^a-e^{-a}}\right|\right)$

(ح) $y=t^3+1$ ، $x=2t^{9/2}-4$ ، من $t=1$ الى $t=3$. ج : $\frac{4}{27}\left(244\sqrt{61}-5\sqrt{10}\right)$

(خ) $x=\ln(\sin(y))$ ، من $y=\frac{\pi}{6}$ الى $y=\frac{\pi}{4}$. ج : $\ln\left(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}\right)$

(د) $x=a\cos^3(\theta)$ ، $y=a\sin^3(\theta)$ ، من $\theta=0$ الى $\theta=\frac{\pi}{2}$. ج : $\frac{3}{2}a$

(ذ) $x=\frac{a}{2}(e^{\frac{y}{a}}+e^{-\frac{y}{a}})$ ، من $y=0$ الى $y=a$. ج : $\frac{a}{2}(e^1-e^{-1})$

(ر) $x=\cos(t)$ ، $y=t+\sin(t)$ ، $0\leqslant t\leqslant\pi$. ج : 4

(ز) $x=a(\theta-\sin(\theta))$ ، $y=a(1-\cos(\theta))$ ، من $\theta=0$ الى $\theta=2\pi$. ج : $8a$

(ع) $x=8(\cos(t)+t\sin(t))$ ، $y=8(\sin(t)-t\cos(t))$ ، $0\leqslant t\leqslant\frac{\pi}{2}$. ج : π^2

(غ) $x=\frac{y^3}{3}+\frac{1}{4y}$ ، من $y=1$ الى $y=3$. ج : $\frac{53}{6}$

(ف) $y=\frac{3}{4}x^{4/3}-\frac{3}{8}x^{2/3}+5$ ، $1\leqslant x\leqslant 8$. ج : $\frac{99}{8}$

(ق) $x=\int_0^y\sqrt{\sec^4(t)-1}dt$ ، $-\frac{\pi}{4}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{4}$. ج : 2

(ك) $y=\int_0^x\tan(t)dt$ ، $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$. ج : $\frac{1}{2}\ln(3)$

٧- اثبت ان طول قوس المنحني $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ هو $4a\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-e^2\sin^2(\theta)}d\theta$ ، حيث ان e هو الاختلاف المركزي .

٨- جد مساحة السطح المتولد من دوران قوس من كل منحني من المنحنيات التالية حول المحور المبين في كل منها.

(ا) $y=\sqrt{a^2-x^2}$ من $x=-\frac{a}{2}$ الى $x=\frac{a}{2}$: المحور x . ج : $2\pi a^2$

(ب) $y=\ln(x)$ من $x=0$ الى $x=1$: المحور y . ج : $\pi(\sqrt{2}+\ln(\sqrt{2}+1))$

(ت) $y=\sin(x)$ من $x=0$ الى $x=\pi$: المحور x . ج : $\pi(2\sqrt{2}+\ln\left(\left|\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right|\right)$

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional

(ث) $x=\frac{1}{2}(e^y+e^{-y})$ من $y=0$ الى $y=1$: المحور y . ج : $\frac{\pi}{2}(\frac{1}{2}e^2+2-\frac{1}{2}e^{-2})$

(ج) $x=\frac{1}{3}(y^2+2)^{3/2}$ من $y=0$ الى $y=3$: المحور x . ج : $\frac{99}{2}\pi$

(ح) $x=a\cos(\theta)$ ، $y=a\sin(\theta)$ من $\theta=0$ الى $\theta=\frac{\pi}{2}$: المحور y . ج : $2\pi a^2$

(خ) $x=t^3$ ، $y=\frac{3}{2}t^2$ من $t=1$ الى $t=3$: المحور x . ج : $(150\sqrt{10}-\frac{6}{5}\sqrt{2})\pi$

(د) $x=\sin^3(\theta)$ ، $y=\cos^3(\theta)$ من $\theta=0$ الى $\theta=\frac{\pi}{2}$: المحور y . ج : $\frac{6}{5}\pi$

(ط) $x^2+y^2=a^2$: المحور x . ج : $4\pi a^2$

(ظ) $y=\sqrt{2x-x^2}$ ، $\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$: المحور x . ج : 2π

(ع) $x=\frac{y^4}{4}+\frac{1}{8y^2}$ ، $1\leqslant y\leqslant 2$: المحور x . ج : $\frac{253}{20}\pi$

(غ) $x=8(\cos(\theta)+\theta\sin(\theta))$ ، $y=8(\sin(\theta)-\theta\cos(\theta))$ من $\theta=0$ الى $\theta=\frac{\pi}{2}$: المحور y .
ج : $128\pi\left(\frac{3}{2}\pi-3\right)$

٩- جد جميع نقاط التقاطع للمنحنيات القطبية التالية.

(أ) $r=2(1-\cos(\theta))$ ، $r=-4\cos(\theta)$.

(ب) $r=4\sin(\theta)$ ، $r=4\sin(2\theta)$.

(ت) $r=1-\cos(\theta)$ ، $r=4\cos(\theta)$.

(ث) $r=2(1+\cos(\theta))$ ، $r=2(1-\sin(\theta))$.

(ج) $r=1+\sin(\theta)$ ، $r=1-\sin(\theta)$.

(ح) $r=\sqrt{2}$ ، $r^2=4\sin(\theta)$.

(خ) $r^2=\sqrt{2}\sin(\theta)$ ، $r^2=\sqrt{2}\cos(\theta)$.

(د) $r=1$ ، $r^2=2\sin(2\theta)$.

١٠-

(أ) جد مساحة المنطقة الواقعة خارج $r=2-2\cos(\theta)$ وداخل $r=4$. ج : 10π

(ب) جد مساحة المنطقة الواقعة خارج $r=1$ وداخل $r=-2\cos(\theta)$. ج : $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ت) جد مساحة المنطقة الواقعة خارج $r=2+2\cos(\theta)$ وداخل $r=3$. ج : $2\pi+\frac{9}{2}\sqrt{3}$

(ث) جد مساحة المنطقة الواقعة داخل $r=4\cos(2\theta)$ وخارج $r=2\sqrt{2}$. ج : 8

(ج) جد مساحة المنطقة الواقعة خارج $r=\sqrt{2}$ وداخل $r^2=4\cos(2\theta)$. ج : $2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$

(ح) جد مساحة المنطقة الواقعة داخل $r=6\sin(\theta)$ وخارج $r=3$. ج : $3\pi+\frac{9}{2}\sqrt{3}$

Created with nitroPDF professional
download the free trial online at nitropdf.com/professional